



## Exposition

Es ist eine weitgehend unbekannte Tatsache, dass die Teilnahme der Erde an der ersten intergalaktische Konferenz auf Beteigeuze IV am Thema Ananas auf Pizza gescheitert ist. Die Menschheit, ohnehin schon berüchtigt für Dinge wie Schlaghosen oder Augenbrauen zupfen, setzte der kosmischen Geduld endgültig die Krone auf, als sie beschloss, eine Frucht, die eindeutig für Cocktails gedacht war, auf ein Stück geschmolzenes Käsebrot zu werfen.



Durch eigenständige Bearbeitung verschiedener Optimierungsprobleme erfahren die Schülerinnen und Schüler die Wirksamkeit mathematischer Werkzeuge und Begriffe. Sie üben implizit bereits erworbene mathematische Fertigkeiten und wenden diese auf mathematische Begriffe verschiedener Wissensgebiete. In der Bearbeitung dieser Aufgaben wird die grundlegende mathematische Idee der Optimierung erweitert und vertieft. Durch die Bearbeitung dieser Problemlöse- und Modellierungskompetenz. Die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass den Optimierungsproblemen trotz ihrer Unterschiede viele Gemeinsamkeiten und sind so in der Lage, eine erarbeitete Lösungsstrategie auf verschiedene Optimierungsprobleme anzuwenden.

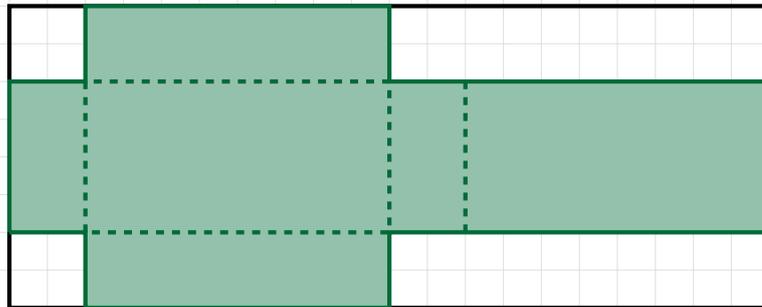


## Komplikation

Bearbeite die folgende Aufgabe unter Berücksichtigung der einzelnen Problemlöseschritte. Dokumentiere und reflektiere deine Vorgehensweise.

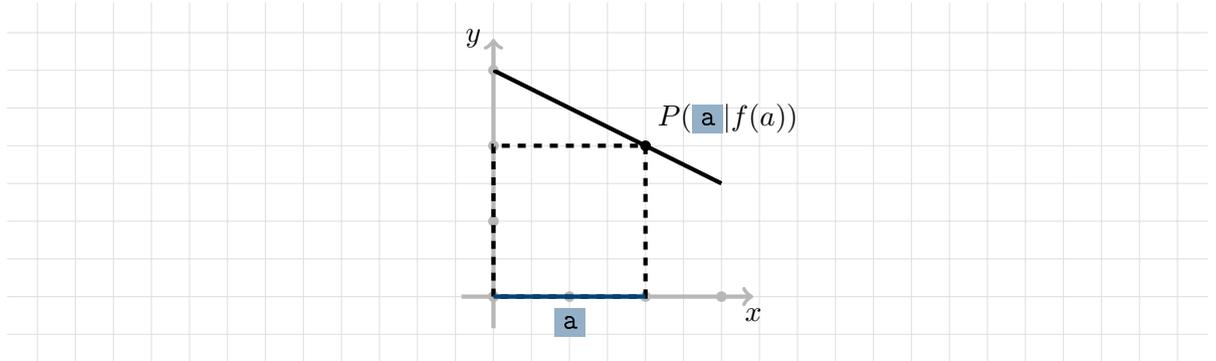


Aus einem Karton der 100 cm lang und 42 cm breit ist, soll eine komplett geschlossene quaderförmige Schachtel hergestellt werden. In der nicht maßstabsgetreuen Skizze ist ein Beispiel für eine Pizzaschachtel eingezeichnet, die gestrichelten Linien entsprechen den Faltkanten. Untersuche, welches Volumen die größtmögliche Pizzaschachtel hat.



Wir lösen **Optimierungsprobleme** durch:

1. **Variable** definieren



2. **Zielfunktion** aufstellen
3. Die **Extrema** der Zielfunktion ermitteln und interpretieren

Retardation

Aufgabe 1 [AFB I; TR]

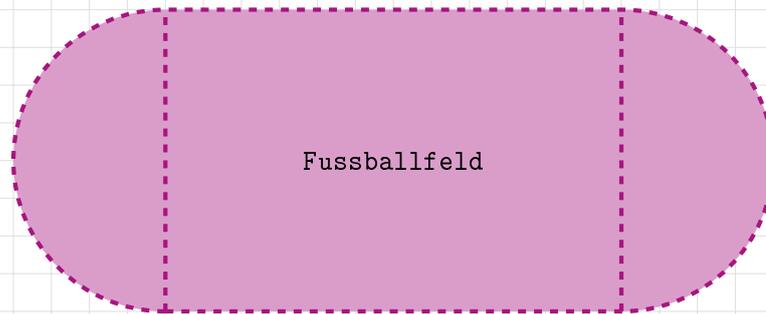
Ein zu den Koordinatenachsen paralleles Rechteck wird im ersten Quadranten durch das Schaubild  $K$  der Funktion  $f$  begrenzt. Ermittle den maximalen Flächeninhalt des Rechtecks, wenn gilt:

$$f(x) = -0,5 \cdot x + 3$$



Aufgabe 2 [AFB II; TR]

Neben einer Pizzeria soll eine neue Sportanlage entstehen. Sie besteht aus einem rechteckigen Fussballfeld, an das zwei gegenüberliegende Halbkreise angeschlossen sind. Die Laufbahn um die Sportanlage soll 400m lang sein. Ermittle die Länge der Längsseite des Fussballfeldes, wenn die Fläche desselbigen maximal groß ist.



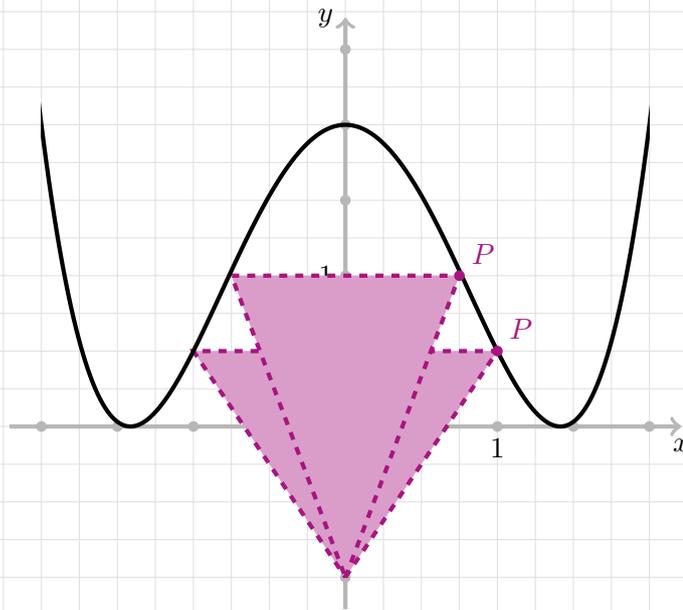
Gegeben ist die Funktion  $f$  mit:

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^4 - 2 \cdot x^2 + 2$$

Der Punkt  $P(u|f(u))$  ist mit  $u \in [0; \sqrt{2}]$  der Eckpunkt eines zur  $y$ -Achse symmetrischen Dreiecks mit Spitze  $S(0|-1)$ . Zeige, dass sich der Flächeninhalt des Dreiecks durch die Funktion  $A$  beschreiben lässt durch:

$$A(u) = \frac{1}{2} \cdot u^5 - 2 \cdot u^3 + 3 \cdot u$$

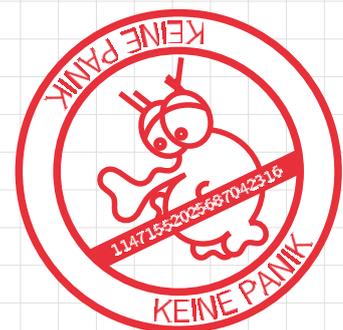
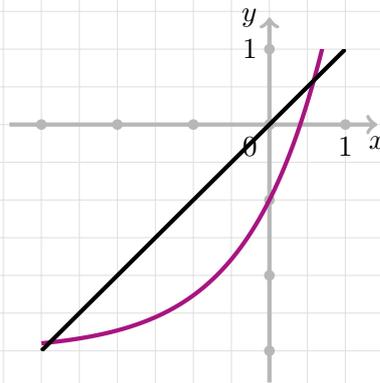
Bestimme den maximalen Flächeninhalt des Dreiecks und die entsprechenden Koordinaten des Punktes  $P$ .



Gegeben ist die Funktion  $f$  mit:

$$f(x) = 2 \cdot e^x - 3$$

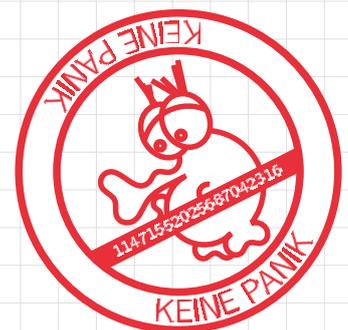
Ihr **Schaubild** sei  $K$ . Bestimme den maximalen vertikalen Abstand von  $K$  zur ersten Winkelhalbierenden im Intervall  $[-3; 0]$ .



Gegeben ist die Funktion  $f$  mit:

$$f(x) = 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot x\right) + 2$$

Ihr Schaubild sei  $K$ .  $K$  schließt für  $-4 \leq x \leq 4$  eine Fläche mit der  $x$ -Achse ein. In diese Fläche wird ein zur  $y$ -Achse symmetrisches Rechteck einbeschrieben. Ermittle die Koordinaten der Eckpunkte des Rechtecks mit dem größten Flächeninhalt.



Aufgabe 6 [AFB I; AFB II; AFB III; TR]

Das Schaubild der Funktion  $f_a(x)$  schließt für  $a \in ]0;5]$  mit der  $x$ -Achse eine Fläche ein. Skizziere das Schaubild für  $a = 1$  und zeige rechnerisch, dass es keinen maximalen Flächeninhalt gibt, wenn gilt:

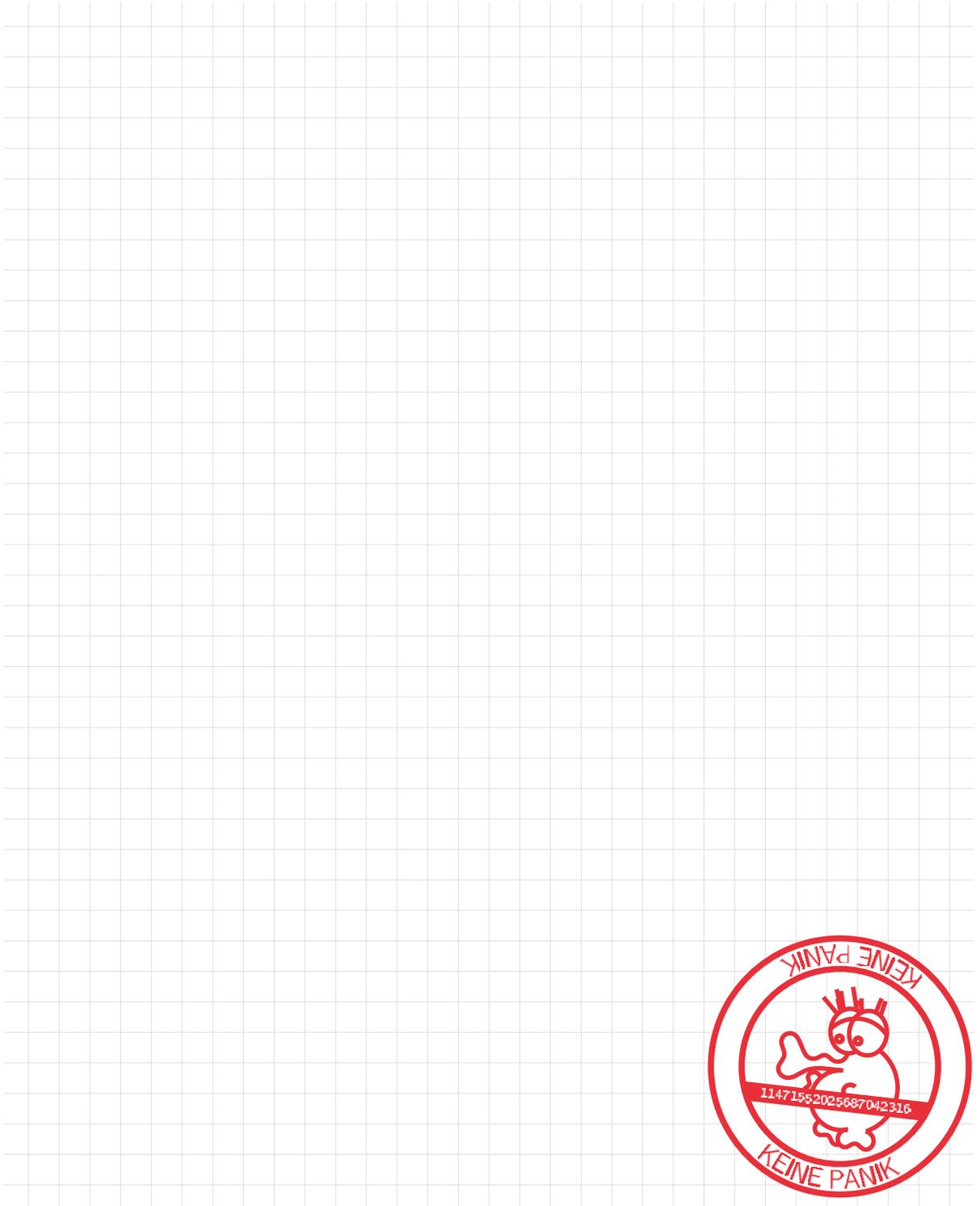
$$f_a(x) = \frac{2}{a^3}(x^2 - a^2)$$



Gegeben ist die Funktion  $f$  mit:

$$f(x) = 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot x\right) + 2$$

Ihr Schaubild sei  $K$ .  $K$  schließt für  $-4 \leq x \leq 4$  eine Fläche mit der  $x$ -Achse ein. In diese Fläche wird ein zur  $y$ -Achse symmetrisches Rechteck einbeschrieben. Ermittle die Koordinaten der Eckpunkte des Rechtecks mit dem größten Flächeninhalt.

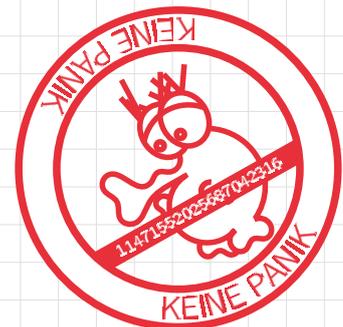


Aufgabe 8 [AFB II; TR]

Es gibt sieben Pizzastücke. Auf genau einem davon liegt ein Stück Ananas. Drei Personen  $A$ ;  $B$  und  $C$  ziehen reihum zufällig ein Pizzastücke, bis es keines mehr gibt. Ermittle, bei welcher Person die Wahrscheinlichkeit, das Stückchen mit Ananas zu erwischen, am größten ist.



Pizzaroulette



Aufgabe 9 [AFB III; TR]

Der Punkt  $P(1|1|5)$  bewegt sich geradlinig in Richtung des Punktes  $Q(7|7|6)$ .  
Berechne, an welcher Position  $P$  am nächsten am Punkt  $S(5|6|0)$  ist.



Eine Pizzeria will einen Biergarten rechteckig einzäunen. Die Pizzeria hat dafür 168m Zaun zur Verfügung. Eine Längsseite benötigt aufgrund der Hauswand keinen Zaun. Ermittle die Länge der kürzeren Zaunseite.



Hauswand

